CONGRUENŢA TRIUNGHIURILOR

1. Se consideră triunghiul ABC isoscel, cu vârful A, şi punctul D situat în interiorul său cu proprietatea că $\sphericalangle DBA \equiv \sphericalangle DCA$. Arătaţi că AD este bisectoarea unghiului BAC.

2. Se consideră triunghiul ABC isoscel, cu vârful A. Fie E intersecţia perpendicularei în A pe AC cu perpendiculara în B pe BC şi F intersecţia perpendicularei în A pe AB cu perpendiculara în C pe BC. Arătaţi că $[BE] \equiv [CF]$.

3. Se consideră triunghiul ABC isoscel, cu vârful A şi punctele $D \in (AB)$, $E \in (AC)$ astfel încât $[BD] \equiv [CE]$. Fie punctele $F \in (CD$, $G \in (BE$ astfel încât $CF = 2CD$ iar $BG = 2BE$. Arătaţi că $[AF] \equiv [AG]$.

4. Fie triunghiul ABC isoscel de vârf A şi punctele $E \in (AB)$, $F \in (AC)$, $BF \cap CE = \{D\}$. Arătaţi că, dacă $[AE] \equiv [AF]$, atunci $AD \perp BC$.

5. Se consideră triunghiul ABC în care unghiurile ABC şi ACB sunt ascuţite. Fie $E, F \in BC$, astfel încât $B \in (EC)$, $C \in (BF)$, $[BE] \equiv [BA]$ şi $[CF] \equiv [CA]$, iar I este intersecţia perpendicularei din B pe AE cu perpendiculara din C pe AF. Arătaţi că $\sphericalangle BAI \equiv \sphericalangle CAI$.

6. Se consideră triunghiul ABC isoscel, cu vârful A şi punctele $K \in (AB)$, $L \in (AC)$ şi $M, N \in (BC)$ astfel încât $AK = AL$, $BM = CN > \frac{BC}{2}$. Fie $\{D\} = KN \cap ML$. Arătaţi că:

a) $[DK] \equiv [DL]$ **b)** $[DB] \equiv [DC]$

7. Se consideră triunghiul ABC isoscel, cu vârful A. Fie M mijlocul lui AC iar D este un punct pe $(BM$ astfel încât $[AD] \equiv [AB]$. E este mijlocul lui $[AB]$ şi F este mijlocul lui $[AD]$. Arătaţi că $CE + CF = BD$.

8. Se consideră triunghiul ABC isoscel, cu vârful A. Fie E un punct pe perpendiculara în B la AB și F un punct pe perpendiculara în C la AC astfel încât E, F să fie situate în exteriorul triunghiului BAC, iar $[BE] \equiv [CF]$. Arătați că:

a) $[BF] \equiv [CE]$

b) $[OB] \equiv [OC]$ și $[DB] \equiv [DC]$, unde $\{O\} = BF \cap CE$ iar $\{D\} = BE \cap CF$.

c) punctele A, O și D sunt coliniare.