

# Recapitulare pentru BAC – Subiectul I

Prof. Gabriela Constantinescu

## Mulțimi de numere

1. Să se calculeze  $a^2 + b^2$ , știind că numerele  $a$  și  $b$  au suma egală cu 4 și produsul egal cu 3.
2. Să se determine a 2008-a zecimală a numărului  $0,(285714)$ .
3. Se consideră numărul  $a = \log_2 3$ . Să se arate că  $\log_2 18 = 2a + 1$ .
4. Să se calculeze  $\log_2 3 - \frac{1}{2} \log_2 9$ .
5. Să se calculeze  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} - \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ .
6. Să se calculeze  $\log_2 3 - \log_2 \frac{3}{2}$ .
7. Să se verifice egalitatea  $\lg \frac{1}{2} + \lg \frac{2}{3} + \dots + \lg \frac{9}{10} = -1$ .
8. Să se calculeze  $\log_3 5 + \log_3 6 - \log_3 10$ .
9. Să se compare numerele  $2^2$  și  $\log_2 32$ .
10. Să arate că numărul  $(\sqrt[3]{2})^{\log_2 8}$  este natural.
11. Să se calculeze  $\log_5 25 - \log_3 9$ .
12. Să arate că  $\log_2 4 + \log_3 9 < \sqrt{36}$ .
13. Să se calculeze  $\log_6 3 + \log_6 10 - \log_6 5$ .
14. Să arate că numărul  $\sqrt[3]{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{3}$  este natural.
15. Să se calculeze  $\log_3 \frac{2}{1} + \log_3 \frac{3}{2} + \dots + \log_3 \frac{9}{8}$ .
16. Să se calculeze  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \log_5 25$ .
17. Să se arate că  $\log_2 5 + \log_2 12 - \log_2 30 = 1$ .
18. Să se verifice că  $\frac{\log_5 18 - \log_5 2}{\log_5 3} = 2$ .
19. Să se arate că  $\log_2 \frac{1}{4} - \sqrt[3]{-8} = 0$ .
20. Să se determine valorile naturale ale lui  $n$  pentru care expresia  $E(n) = \sqrt{10 - 3n}$  este bine definită.
21. Să se demonstreze că numărul  $\frac{8!}{3!5!} - \frac{9!}{2!7!}$  este natural.

22. Să se calculeze  $\sqrt[3]{9} - \frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ .
23. Să se arate că  $\log_2 14 + \log_2 3 - \log_2 6 = \log_2 7$ .
24. Să se ordoneze crescător numerele  $a = \sqrt{2}$  și  $b = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ .
25. Să se arate că  $\log_3 24 = 3a + 1$ , unde  $a = \log_3 2$ .

## Funcții

- Se consideră funcția  $f : [0;1] \rightarrow R$ ,  $f(x) = -x^2$ . Să se determine mulțimea valorilor funcției  $f$ .
- Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x - 3$ . Să se determine  $f(-4) \cdot f(-3) \cdot \dots \cdot f(3) \cdot f(4)$ .
- Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2x + 1$ . Să se calculeze  $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1)$ .
- Fie funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = mx^2 - 8x - 3$ , unde  $m$  este un număr real nenul. Să se determine  $m$  știind că valoarea maximă a funcției  $f$  este egală cu 5.
- Fie funcțiile  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x + 3$  și  $g : R \rightarrow R$ ,  $g(x) = 2x - 1$ . Să determine soluția reală a ecuației  $2f(x) + 3g(x) = -5$ .
- Fie funcțiile  $f, g : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - x + 1$  și  $g(x) = x + 4$ . Să se calculeze coordonatele punctului de intersecție al graficelor funcțiilor  $f$  și  $g$ .
- Fie funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 3 - 4x$ . Să se determine soluțiile reale ale inecuației  $f(x) - 1 \geq 4x$ .
- Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2x + 1$ . Să se determine punctul care aparține graficului funcției  $f$  și are abscisa egală cu ordonata.
- Fie funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = mx^2 - mx + 2$ , unde  $m$  este un număr real nenul. Să se determine numărul real nenul  $m$  știind că valoarea minimă a funcției este egală cu 1.
- Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2x - 1$ . Să determine soluțiile reale ale ecuației  $f^2(x) + 2f(x) - 3 = 0$ .
- Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = ax + b$ . Să se determine numerele reale  $a$  și  $b$  știind că  $3f(x) + 2 = 3x + 5$ , pentru  $\forall x \in R$ .
- Să se determine  $m \in R$ , știind că reprezentarea grafică a funcției  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - mx + m - 1$  este tangentă axei  $Ox$ .
- Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - 11x + 30$ . Să se calculeze  $f(0) \cdot f(1) \cdot \dots \cdot f(6)$ .
- Fie funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 + 5x + m + 6$ . Să se determine valorile numărului real  $m$  știind că  $f(x) \geq 0$ , pentru  $\forall x \in R$ .
- Fie funcția  $f : [0;2] \rightarrow R$ ,  $f(x) = -4x + 3$ . Să se determine mulțimea valorilor funcției  $f$ .
- Să se determine  $m \in R \setminus \{1\}$ , știind că abscisa punctului de minim al graficului funcției  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (m-1)x^2 - (m+2)x + 1$  este egală cu 2.

17. Să se calculeze distanța dintre punctele de intersecție ale reprezentării grafice a funcției  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = -x^2 + 2x + 8$  cu axa  $Ox$ .
18. Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ . Să se determine punctul de intersecție al dreptei de ecuație  $y = -4$  cu reprezentarea grafică a funcției  $f$ .
19. Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2 + x$ . Să se calculeze  $f(1) + f(2) + \dots + f(20)$ .
20. Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x + 3$ . Să se calculeze  $f(2) + f(2^2) + \dots + f(2^7)$ .
21. Să se demonstreze că parabola funcției  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 + 1$  este situată deasupra axei  $Ox$ , oricare ar fi  $m \in R$ .
22. Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = 2011x - 2010$ . Să se verifice dacă punctul  $A\left(\frac{2012}{2011}; 2\right)$  aparține graficului funcției  $f$ .
23. Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcției  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 + 4x - 5$ .
24. Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ . Să se determine numerele reale  $m$  pentru care punctul  $A(m; -1)$  aparține graficului funcției  $f$ .
25. Să se determine funcția de gradul al II-lea al cărei grafic conține punctele  $A(1;3)$ ,  $B(0;5)$  și  $C(-1;1)$ .
26. Să se determine valoarea maximă a funcției  $f : [-1;1] \rightarrow R$ ,  $f(x) = -2x + 3$ .
27. Să se determine punctele de intersecție ale graficelor funcțiilor  $f, g : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = x^2 - 3x - 1$  și  $g(x) = x + 4$ .
28. Să se determine funcția  $f : R \rightarrow R$ ,  $f(x) = ax + b$  al cărei grafic trece prin punctele  $A(2;7)$  și  $B(-1;-2)$ .

## Metode de numărare

1. Să se calculeze  $C_3^2 + P_3$ .
2. Să se calculeze  $C_5^4 + A_5^4$ .
3. Să se rezolve ecuația  $C_n^2 = 28$ ,  $n \in N$ .
4. Să se determine numărul tuturor submulțimilor de 2 elemente ce se pot forma cu elemente din mulțimea  $\{1,2,3,4,5\}$ .
5. Se consideră 10 puncte, oricare 3 necoliniare. Câte drepte trec prin cel puțin 2 puncte din cele 10.
6. Să se calculeze numărul submulțimilor mulțimii  $\{1,2,3,4\}$  care au un număr par nenul de elemente.
7. Să se determine numărul natural  $n$  știind că  $A_n^1 + C_n^1 = 10$ .
8. Să se determine numărul natural  $n$  știind că  $\frac{(n-3)!}{(n-5)!} = 6$ .
9. Să se determine câte numere de câte trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1,2,3,4\}$ .
10. Să se determine câte numere de două cifre se pot forma cu elementele mulțimii  $\{1,2,3,4\}$ .

11. Să se rezolve ecuația  $C_{n+2}^{n+1} = 2$ ,  $n \in N$ .
12. Să se calculeze  $C_4^0 - C_4^1 + C_4^2 - C_4^3 + C_4^4$ .
13. Să se calculeze  $C_5^2 - A_4^2 + 6$ .
14. Să se calculeze  $A_5^2 - P_3$ .
15. Să se rezolve ecuația  $C_x^2 = 21$ ,  $x \in N$ .
16. Se consideră mulțimea  $A = \{1,2,3,4\}$ . Să se determine câte numere formate din 4 cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii  $A$ .
17. Se consideră mulțimea  $A = \{1,2,3,4,5\}$ . Să se determine câte numere formate din 3 cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii  $A$ .
18. Să se calculeze numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi cu 6 elemente.
19. Să se rezolve ecuația  $A_n^2 = 12$ ,  $n \in N$ .
20. Să se calculeze  $C_7^5 - C_6^5 - C_6^4$ .
21. Să se calculeze  $C_{2008}^2 - C_{2008}^{2006}$ .
22. Să se calculeze  $C_{1000}^2 - C_{1000}^{998}$ .
23. Să se calculeze  $C_{2008}^2 - C_{2007}^2 - C_{2007}^1$ .
24. Să se calculeze  $0! + 1! + 2! + 3!$ .
25. Să se arate că  $C_5^1 + 1 = 3!$ .
26. Să se calculeze  $C_6^2 - C_6^4$ .
27. Să se calculeze  $C_4^2 + C_4^3$ .
28. Să se verifice că  $C_5^1 + C_5^3 + C_5^5 = 2^4$ .
29. Să se calculeze  $C_8^5 - C_8^3$ .
30. Să se calculeze  $\frac{P_2 + C_4^1}{A_3^1}$ .
31. Să se calculeze  $\frac{2! + 3!}{C_8^1}$ .
32. Să se calculeze  $2C_3^1 - A_3^2$ .
33. Să se calculeze  $C_4^2 + C_4^3$ .
34. Să se determine valorile naturale ale numărului  $n$  astfel încât  $C_n^0 + C_n^1 = 8$ .

## Probabilități

1. Se consideră toate numerele naturale de câte trei cifre scrise cu elemente din mulțimea  $\{1;2\}$ . Să calculeze probabilitatea ca, alegând un astfel de număr, acesta să fie divizibil cu 3.

2. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $\{\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, \dots, \sqrt[3]{30}\}$ , acesta să fie număr rațional.
3. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots, \sqrt{10}\}$ , acesta să fie număr rațional.
4. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $\{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \dots, \sqrt{11}\}$ , acesta să fie număr irațional.
5. Să calculeze probabilitatea ca un element al mulțimii  $\{0;1;2;3;4;5\}$  acesta să verifice inegalitatea  $n! < 50$ .
6. Să calculeze probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele  $C_4^2, C_5^2$  și  $C_4^3$  acesta să fie divizibil cu 3.
7. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii  $\{1;2;3;4;5\}$  acesta să verifice inegalitatea  $n^2 \leq 2^n$ .
8. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii  $\{1;2;3;4\}$  acesta să verifice inegalitatea  $n! \geq n^2$ .
9. Să calculeze probabilitatea ca, alegând unul dintre numerele  $P_3, A_3^1$  și  $C_4^3$  acesta să fie divizibil cu 3.
10. Să calculeze probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii  $\{3;4;5;6\}$  acesta să verifice inegalitatea  $n(n-1) \geq 20$ .
11. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element  $n$  al mulțimii  $A = \{1,2,3,4\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $n! < 5$ .
12. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element  $n$  al mulțimii  $\{11,12,\dots,20\}$  acesta să fie număr prim.
13. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre acesta să fie cub perfect.  
Firma  $F_1$  are un capital inițial de 10 000 lei și în anul 2007 a realizat un profit de 5000 lei. Exprimați în raport cu capitalul inițial procentul pe care-l reprezintă profitul firmei.
14. Să se calculeze TVA-ul pentru un produs, știind că prețul de vânzare al produsului este de 238 lei (procentul TVA-ul este de 19%).
15. După o reducere cu 10% un produs costă 99 lei. Să se determine prețul produsului înainte de reducere.
16. După două scumpiri succesive cu 10%, respectiv 20% prețul unui produs este de 660 lei. Să se determine prețul inițial al produsului.

## Progresii

1. Să se determine valorile reale pozitive ale numărului  $x$ , știind că  $\lg \sqrt{x}$ ,  $\frac{3}{2}$  și  $\lg x$  sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
2. Să se determine al zecelea termen al șirului 1, 7, 13, 19, ... .
3. Să se calculeze suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 1$  și  $a_2 = 3$ .
4. Să se demonstreze că pentru orice  $x \in R$  numerele  $3^x - 1, 3^{x+1}$  și  $5 \cdot 3^x + 1$  sunt termeni consecutivi într-o progresie aritmetică.

5. Să se calculeze suma  $1+5+9+13+\dots+25$ .
6. Să se determine al nouălea termen al unei progresii geometrice, știind că rația este egală cu  $\frac{1}{3}$  și primul termen este 243.
7. Să se calculeze suma  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4}$ .
8. Să se determine numărul real  $x$ , știind că  $2^x - 1$ ,  $4^x$  și  $2^{x+1} + 3$  sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
9. Să se determine numărul real  $x$ , știind că  $x - 3$ ,  $4$ ,  $x + 3$  sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
10. Să se calculeze suma  $1+3+5+\dots+21$ .
11. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_3 = 5$  și  $a_6 = 11$ . Să se calculeze  $a_9$ .
12. Să se calculeze suma  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^7$ .
13. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 1$  și  $a_5 = 13$ . Să se calculeze  $a_{2008}$ .
14. Să se determine rația unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_{10} - a_2 = 16$ .
15. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 2$  și  $a_2 = 4$ . Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
16. Se consideră progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  în care  $b_1 = 2$  și  $b_2 = 6$ . Să se calculeze  $b_5$ .
17. Să se determine numărul real  $x$ , știind că șirul  $1, 2x + 1, 9, 13, \dots$  este progresie aritmetică.
18. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 6$  și  $a_2 = 5$ . Să se calculeze  $a_7$ .
19. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_2 = 5$  și  $r = 3$ . Să se calculeze  $a_8$ .
20. Se consideră progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  în care  $b_1 = 1$  și  $b_2 = 3$ . Să se calculeze  $b_4$ .
21. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 7$  și  $a_2 = 37$ . Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
22. Se consideră progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$  în care  $a_1 = 3$  și  $a_3 = 7$ . Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei.
23. Să se calculeze suma  $1 + 11 + 21 + 31 + \dots + 111$ .
24. Să se determine numărul real  $x$  știind că numerele  $x+1$ ,  $2x - 3$  și  $x - 3$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
25. Să se determine numărul real pozitiv  $x$  știind că șirul  $1, x, x+2, 8, \dots$  este progresie geometrică.
26. Să se determine suma primilor 6 termeni ai progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , în care  $a_1 = 2$  și  $a_2 = 5$ .
27. Să se determine numărul real  $x$  știind că numerele  $5 - x$ ,  $x + 7$  și  $3x + 11$  sunt termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.
28. Să se arate că numerele  $\log_2 2$ ,  $C_3^1$  și  $5$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
29. Să se determine suma primilor trei termeni ai unei progresii geometrice, știind că suma primilor doi termeni ai progresiei este egală cu 8, iar diferența dintre al doilea termen și primul termen este egală cu 4.

30. Să se calculeze al cincilea termen al unei progresii aritmetice știind că primul termen al progresiei este 7 și al doilea termen este 9.
31. Să se determine rația progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că  $b_1 = 3$  și  $b_2 - b_1 = 3$ .
32. Să se demonstreze că șirul cu termenul general  $a_n = 2n + 3$ , verifică relația  $a_{n+1} - a_n = 2$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .
33. Să se arate că numerele 1,  $\log_3 9$  și  $\sqrt[3]{64}$  sunt termeni consecutivi dintr-o progresie geometrică.
34. Să se determine numărul real  $x$ , știind că numerele  $x - 1$ ,  $2x - 2$  și  $x + 3$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
35. Să se determine numărul real  $x$ , știind că numerele  $x - 1$ ,  $x + 1$  și  $2x + 5$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
36. Să se determine produsul primilor trei termeni consecutivi ai unei progresii geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$  știind că primul termen este egal cu 1 și rația este  $q = -2$ .

## Ecuția de gradul al II-lea

1. Să se calculeze  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ , știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - x - 2 = 0$ .
2. Să se calculeze  $x_1 + x_2 + x_1 x_2$  știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 2x - 2 = 0$ .
3. Să se determine  $m \in \mathbb{R}$ , știind că  $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0\} = \{1\}$ .
4. Să se demonstreze că dacă  $x_1$  este soluție a ecuației  $x^2 - 2008x + 1 = 0$ , atunci  $x_1 + \frac{1}{x_1} = 2008$ .
5. Să se demonstreze că, dacă  $a \in \mathbb{R}^*$ , atunci ecuația  $ax^2 - (2a+1)x + a + 1 = 0$  are două soluții reale distincte.
6. Să se demonstreze că pentru orice  $a$  real, ecuația de gradul al doilea  $(1 + \cos a)x^2 - (2 \sin a)x + 1 - \cos a = 0$  admite soluții reale egale.
7. Să se determine o ecuație de gradul al II-lea ale cărei soluții  $x_1$  și  $x_2$  verifică simultan relațiile  $x_1 + x_2 = 2$  și  $x_1 x_2 = -3$ .
8. Să se demonstreze că ecuația  $x^2 - 2x + 1 + a^2 = 0$  nu admite soluții reale, oricare ar fi  $a \in \mathbb{R}^*$ .
9. Să se determine  $m \in \mathbb{R}$ , știind că soluțiile  $x_1, x_2$  ale ecuației  $x^2 - (2m+1)x + 3m = 0$  verifică realția  $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 11$ .
10. Se consideră ecuația  $x^2 + 3x - 5 = 0$  cu soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se calculeze  $x_1^2 + x_2^2$ .
11. Se consideră ecuația  $x^2 + mx + 2 = 0$  cu soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se determine valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 5$ .
12. Să se formeze o ecuație de gradul al doilea, știind că aceasta are soluțiile  $x_1 = 2$  și  $x_2 = 3$ .

13. Se consideră ecuația  $x^2 - x + m = 0$  cu soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se determine numărul  $m$  pentru care

$$\frac{1}{x_1 + 1} + \frac{1}{x_2 + 1} = -\frac{3}{4}.$$

14. Să se determine valorile reale ale numărului  $m$  pentru care  $x=5$  este soluție a ecuației

$$m^2(x-1) = x - 3m + 2.$$

15. Să se determine  $m \in R$  astfel încât  $x^2 - (m-3)x + m - 3 > 0$ , pentru orice  $x$  real.

16. Să se determine valorile reale ale parametrului  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației

$$x^2 + (m-1)x + 3 = 0$$
 verifică egalitatea  $x_1 = 3x_2$ .

17. Să se calculeze valoarea expresiei  $E(x) = x^2 - 4x - 1$  pentru  $x = 2 + \sqrt{5}$ .

18. Să se determine valorile reale ale parametrului  $m$  astfel încât ecuația  $x^2 + mx + 9 = 0$  să admită două soluții egale.

19. Să se arate că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației  $x^2 - x - 1 = 0$  verifică relația  $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 + 2$ .

20. Știind că  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 - 2008x + 1 = 0$ , să se calculeze  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ .

21. Să se determine valorile reale ale numărului  $m$  știind că soluțiile  $x_1$  și  $x_2$  ale ecuației

$$x^2 - mx - m - 6 = 0$$
 verifică relația  $4(x_1 + x_2) + x_1x_2 = 0$ .

22. Să se demonstreze că pentru orice  $m \in R$  ecuația  $x^2 + mx - m^2 - 1 = 0$  are două soluții reale distincte.

23. Ecuația  $x^2 + px - p = 0$ , cu  $p \in R$ , are soluțiile  $x_1$  și  $x_2$ . Să se verifice dacă expresia  $x_1 + x_2 - x_1x_2$  este constantă.

24. Se consideră ecuația de gradul al II-lea  $x^2 - x + m = 0$ . Să se determine  $m \in R$  astfel încât ecuația să admită soluții de semne contrare.

25. Să se arate că produsul soluțiilor ecuației  $mx^2 - 2008x - m = 0$  este constant,  $\forall m \in R^*$ .

26. Să se determine numărul real  $m$  astfel încât soluțiile ecuației  $x^2 - mx - 1 = 0$  să fie numere reale opuse.

27. Să se determine parametrul real  $m$  astfel încât soluțiile ecuației  $x^2 - 3x + m = 0$  să fie inverse una alteia.

28. Să se determine  $m \in R^*$  astfel încât soluțiile ecuației  $x^2 - 3x + m = 0$  să aibă semne opuse.

## Ecuatii iraționale

1. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\sqrt{2+x} = x$ .

2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\sqrt{x+1} = 5-x$ .

3. Să se rezolve în  $R$  ecuația  $\sqrt{x-5} = 2$ .

4. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\sqrt{x^2 - x - 2} = 2$ .

5. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\sqrt{7-x} = 1$ .

6. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{x+1} = x-1$ .

7. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{x^2 - x - 2} = x - 2$ .



8. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{5-x^2} = 2$ .
9. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{x-2} = 0$ .
10. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{x^2+1} = 0$ .
11. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{3x+4} = 2\sqrt{x}$ .
12. Să se rezolve ecuația  $\sqrt[3]{x^3+x+1} = x$
13. Să se rezolve ecuația  $\sqrt{x^2+2x-3} = 2\sqrt{3}$ .
14. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2-x-2}$ .
15. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x-1} - 2 = 0$ .
16. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt[3]{1-x} = -2$

## Ecuatii exponențiale

1. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x}}$ .
2. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $2^x + 2^{x+3} = 36$ .
3. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$ .
4. Să se rezolve ecuația  $2^{x+3} - 2^x = 28$ .
5. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $125^x = \frac{1}{5}$ .
6. Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $2^{x-1} + 2^x = 12$ .
7. Să se rezolve în  $R$  ecuația  $2^x - 14 \cdot 2^{-x} = -5$ .
8. Să se rezolve în  $R$  ecuația  $4^{x+2} = 2^{x^2+5}$ .
9. Să se rezolve ecuația  $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ .
10. Să se rezolve ecuația  $2^{x^2+3x-2} = 8$ .
11. Să se rezolve ecuația  $2^{\sqrt{x-1}} = 4$ .
12. Să se rezolve ecuația  $2^{x^2+x+1} = 8$ .
13. Să se rezolve ecuația  $3^{1-x} = 9$ .
14. Să se rezolve ecuația  $2^x + 2^{-x} = \frac{5}{2}$ .
15. Să se rezolve ecuația  $3^x + 2 \cdot 3^{x+1} = 7$ .
16. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\frac{1}{2^x} = \frac{4^x}{8}$ .
17. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\frac{2^x}{3^x} = \frac{3}{2}$ .
18. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^x \cdot 5^x = 15$ .

19. Să se rezolve ecuația  $\frac{1}{2^x} = 4$ .
20. Să se rezolve ecuația  $(3 + 2\sqrt{2})^x = (1 + \sqrt{2})^2$ .
21. Să se rezolve ecuația  $3^{2x} + 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ .
22. Să se rezolve ecuația  $2^{\log_2 x} = 4$ .
23. Să se rezolve ecuația  $\frac{1}{3^x} = 9$ .

## Ecuatii logaritmice

- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_5(3x + 4) = 2$ .
- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_2(x + 2) + \log_2 x = 3$ .
- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_2(x + 2) - \log_2(x - 5) = 3$ .
- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(2x - 3)$ .
- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_3(x^2 - 4x + 4) = 2$ .
- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_2(x - 3) = 0$ .
- Să se rezolve ecuația  $\log_2(2x + 5) = \log_2(x^2 + 3x + 3)$ .
- Să se rezolve ecuația  $\log_3(x^2 - 1) = 1$ .
- Să se rezolve ecuația  $\log_2(x^2 - 4) = \log_2(x^2 - 3x + 2)$ .
- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_2(x^2 - x - 2) = 2$ .
- Să se rezolve în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația  $\log_2 x^2 = 2$ .
- Să se rezolve ecuația  $\log_2 \sqrt{x+1} = 1$ .
- Să se determine soluțiile reale ale ecuației  $\log_5(3x + 1) = 1 + \log_5(x - 1)$ .
- Să se rezolve reale ecuația  $\log_2(x^2 - x - 2) - \log_2(2x - 4) = 1$ .
- Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_4(2^{x+1} - 1) = 0$ .
- Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 \sqrt[3]{x} = 1$ .
- Să se rezolve ecuația  $\lg^2 x - 4 \lg x + 3 = 0$ .

## Inecuații

- Să se calculeze suma soluțiilor întregi ale inecuației  $x^2 - 5x + 5 \leq 1$ .
- Să se determine soluțiile întregi ale inecuației  $(x - 1)^2 + x - 7 < 0$ .
- Să se determine soluțiile reale ale inecuației  $\frac{2x + 3}{x^2 + x + 1} \geq 1$ .
- Să se determine mulțimea valorilor reale pentru care  $-4 \leq 3x + 2 \leq 4$ .

5. Să se determine elementele mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid |2x - 1| \leq 1\}$ .
6. Să se arate că  $(x-1)(x-2) > x-3, \forall x \in \mathbb{R}$ .
7. Să se rezolve inecuația  $(2x-1)^2 \leq 9$ .
8. Să se determine soluțiile reale ale inecuației  $x^2 - 9 \leq 0$ .
9. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația  $(2x-1)(x+1) \leq -x+11$ .
10. Să se determine soluțiile reale ale inecuației  $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ .
11. Să se determine valorile reale ale lui  $x$  pentru care  $x(x-1) \leq x+15$ .
12. Să se determine mulțimea valorilor lui  $x$  pentru care  $-4 < 3x+2 < 4$ .
13. Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât  $x^2 - (m-3)x + m - 3 > 0$ , pentru orice  $x$  real.
14. Să se rezolve inecuația  $(x^2 - 1)(x+1) \geq 0$ .

## Vectori în plan

1. Fie punctele  $A(2;-1)$  și  $B(-1;3)$ . Să se determine numerele reale  $a$  și  $b$  astfel încât  $\overrightarrow{AB} = a\vec{i} + b\vec{j}$ .
2. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(4;-8)$  și  $B(6;3)$ . Să se determine coordonatele vectorului  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ .
3. Să se determine numărul real  $a$  știind că vectorii  $\vec{u} = 2\vec{i} + a\vec{j}$  și  $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-2)\vec{j}$  sunt coliniari.
4. În reperul cartezian  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  se consideră vectorii  $\vec{u} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$  și  $\vec{v} = 5\vec{i} - \vec{j}$ . Să se determine coordonatele vectorului  $5\vec{u} + 3\vec{v}$ .
5. Se consideră triunghiul echilateral ABC înscris într-un cerc de centru  $O$ . Să se arate că  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ .
6. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră vectorii  $\overrightarrow{OA}(2;-3)$  și  $\overrightarrow{OB}(1,-2)$ . Să se determine numerele reale  $\alpha$  și  $\beta$  pentru care vectorul  $3\overrightarrow{OA} - 5\overrightarrow{OB}$  are coordonatele  $(\alpha; \beta)$ .
7. Dacă  $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0}$ , să se determine valoarea raportului  $\frac{AB}{BC}$ .
8. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră vectorii  $\overrightarrow{OA}(2;-1)$  și  $\overrightarrow{OB}(1,2)$ . Să se determine coordonatele vectorului  $\overrightarrow{OM}$ , unde  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
9. Fie ABC un triunghi echilateral înscris într-un cerc de centru  $O$ . Să se calculeze  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AO}$ .
10. Să se determine numărul real  $m$  pentru care vectorii  $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  și  $\vec{w} = -\vec{i} + m\vec{j}$  sunt coliniari.
11. Se consideră triunghiul echilateral ABC de centru  $O$ . Dacă punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$ , să se determine numărul real  $a$  astfel încât  $\overrightarrow{AO} = a\overrightarrow{AM}$ .
12. Să se arate că, dacă  $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$ , atunci  $C$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
13. Să se demonstreze că în hexagonul regulat ABCDEF, are loc relația  $\overrightarrow{AD} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF})$ .

14. Se consideră patrulaterul ABCD în care  $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$  Să se demonstreze că ABCD este paralelogram.
15. Se consideră pătratul ABCD, de centru O. Să se calculeze  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ .
16. Se consideră paralelogramul ABCD. Să se calculeze  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ .
17. Se consideră punctele distincte A, B și C. Să se demonstreze că dacă  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$ , atunci M este mijlocul segmentului BC.
18. Fie punctele distincte A, B, C, D nu toate coliniare. Știind că  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ , să se demonstreze că patrulaterul ABCD este paralelogram

## Trigonometrie

1. Se consideră triunghiul ABC având aria egală cu 15. Să se calculeze  $\sin A$  știind că  $AB=6$  și  $AC=10$ .
2. Se consideră triunghiul ABC cu  $AB=4$ ,  $AC=\sqrt{7}$  și  $BC=\sqrt{3}$ . Să se calculeze  $\cos B$ .
3. Să se calculeze aria triunghiul ABC știind că  $AC=2$ ,  $m(\angle BAC) = 30^\circ$  și  $AB=4$ .
4. Să se calculeze aria triunghiul ABC știind că  $AB = AC = \sqrt{2}$ ,  $m(\angle A) = 30^\circ$ .
5. Să se afle raza cercului circumcris triunghiul ABC știind că  $AB=3$  și  $m(\angle C) = 30^\circ$ .
6. Fie triunghiul dreptunghic ABC și D mijlocul ipotenuzei BC. Să se calculeze lungimea laturii AB știind că  $AC=6$  și  $AD=5$ .
7. Se consideră triunghiul ABC cu  $AB=1$ ,  $AC=2$  și  $BC=\sqrt{5}$ . Să se calculeze  $\cos B$ .
8. Se consideră triunghiul ABC cu  $AB=5$ ,  $AC=6$  și  $BC=7$ . Să se calculeze  $\cos A$ .
9. Să se calculeze aria triunghiul ABC știind că  $AB=2\sqrt{3}$ ,  $AC=\sqrt{3}$  și  $m(\angle BAC) = 60^\circ$ .
10. Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC știind că  $AB=6$ ,  $AC=10$  și  $m(\angle BAC) = 60^\circ$ .
11. Să se afle raza cercului circumcris triunghiul ABC știind că  $BC=8$  și  $m(\angle A) = 45^\circ$ .
12. Se consideră triunghiul ABC de arie egală cu 6, cu  $AB=3$  și  $BC=8$ . Să se calculeze  $\sin B$ .
13. Se consideră triunghiul ABC de arie egală cu 7. Să se calculeze lungimea laturii AB știind că  $AC=2$  și că  $m(\angle A) = 30^\circ$ .
14. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC, știind că  $AB=2$ ,  $BC=4$  și  $m(\angle B) = 60^\circ$ .
15. Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC, știind că  $AB=5$ ,  $AC=4$  și  $m(\angle A) = 60^\circ$ .
16. Să se calculeze  $\sin 135^\circ$ .
17. Să se calculeze  $\sin^2 100^\circ + \cos^2 80^\circ$ .
18. Să se calculeze  $\sin^2 130^\circ + \cos^2 50^\circ$ .
19. Să se calculeze lungimea înălțimii din A în triunghiul ABC știind că  $AB=3$ ,  $AC=4$  și  $BC=5$ .
20. Raza cercului cirmumscris triunghiului ABC este  $\frac{3}{2}$ , iar  $BC=3$ . Să se calculeze  $\sin A$ .
21. Să se calculeze  $\sin^2 135^\circ + \cos^2 45^\circ$ .
22. Să se determine numărul real x pentru care x, x+7 și x+8 sunt lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic.

23. Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$  știind că  $AB=6$ ,  $AC=8$  și  $BC=10$ .
24. Să se calculeze  $\sin A$ , știind că în triunghiul  $ABC$  se cunosc  $AB=4$ ,  $BC=2$  și  $m(\angle C) = 60^\circ$ .
25. Să se calculeze  $\sin 120^\circ$ .
26. Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$  știind că  $AB=\sqrt{3}$ ,  $AC=6$  și  $m(\hat{A}) = 120^\circ$ .
27. Să se calculeze  $\sin 170^\circ - \sin 10^\circ$ .
28.  $MN=3$ ,  $MP=5$  și  $m(\angle M) = 60^\circ$ . Să se calculeze lungimea laturii  $NP$ .
29. Un triunghi dreptunghic are ipotenuza de lungime 6. Să se determine lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei.
30. Să se calculeze  $\sin^2 80^\circ + \sin^2 10^\circ$ .
31. triunghiului.
32. Să se calculeze  $\operatorname{tg}^2 30^\circ + \operatorname{ctg}^2 45^\circ$ .
33. Să se calculeze  $\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 160^\circ + \cos 170^\circ$ .
34. Să se calculeze  $\cos x$ , știind că  $\sin x = \frac{3}{5}$  și  $x \in (0^\circ; 90^\circ)$ .

## Ecuția dreptei în plan

1. Să se determine ecuația dreptei ce trece prin punctele  $A(2;-1)$  și  $B(1;-2)$ .
2. Să se determine numărul real  $a$  știind că dreptele  $2x - y + 3 = 0$  și  $ax + 2y + 5 = 0$  sunt paralele.
3. Se consideră punctele  $A(1,a)$ ,  $B(2,-1)$ ,  $C(3,2)$  și  $D(1,-2)$ . Să se determine numărul real  $a$  știind că dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt paralele.
4. Să se determine ecuația dreptei care conține punctul  $A(1;1)$  și este paralelă cu dreapta  $4x + 2y + 5 = 0$ .
5. Să se determine ecuația dreptei care conține punctul  $A(2;-3)$  și este perpendiculară cu dreapta  $x + 2y + 5 = 0$ .
6. Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$  determinat de punctele  $A(1;2)$ ,  $B(-1;1)$ ,  $C(3;5)$  în reperul cartezian  $xOy$ .
7. Să se determine ecuația dreptei care conține punctele  $A(2;3)$  și  $B(-3;-2)$ .
8. Să se calculeze aria triunghiului echilateral  $ABC$  știind că  $A(-1;1)$  și  $B(3;-2)$ .
9. Să se calculeze lungimea segmentului  $AB$ , determinat de punctele  $A(2;3)$  și  $B(5;-1)$ , în reperul cartezian  $xOy$ .
10. Să se determine coordonatele punctului  $C$  știind că el este simetricul punctului  $A(5;4)$  față de punctul  $B(-2;1)$ .
11. Să se determine numărul real  $a$ , știind că lungimea segmentului determinat de punctele  $A(-1;2)$  și  $B(4-a;4+a)$  este egală cu 5.
12. Să se determine distanța dintre punctele  $A(3;-1)$  și  $B(-1;2)$ .
13. Să se determine coordonatele mijlocului segmentului  $AB$ , știind că  $A(5;-4)$  și  $B(-3;6)$ .

14. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1;2)$ ,  $B(5;2)$  și  $C(3;-1)$ . Să se calculeze perimetrul triunghiului  $ABC$ .
15. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5;-1)$  și  $B(3;1)$ . Să se determine coordonatele simetricului  $A$  față de punctul  $B$ .
16. Să se determine numărul real pozitiv  $a$  astfel încât distanța dintre punctele  $A(2;-1)$  și  $B(-1;a)$  să fie egală cu 5.
17. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1;-2)$ ,  $B(1;2)$  și  $C(2;-1)$ . Să se calculeze distanța de la punctul  $C$  la mijlocul segmentului  $AB$ .
18. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctul  $A(m^2; m)$  și dreapta de ecuație  $d: x + y + m = 0$ . Să se determine valorile reale ale lui  $m$  pentru care punctul  $A$  se află pe dreapta  $d$ .
19. Să se determine  $m \in R$  pentru care punctele  $A(2;4)$ ,  $B(3;3)$  și  $C(m;5)$  sunt coliniare.
20. Să se determine  $m \in R$  pentru care distanța dintre punctele  $A(2,m)$  și  $B(-m,-2)$  este egală  $4\sqrt{2}$ .
21. Să se determine lungimea înălțimii din  $O$  în triunghiul  $MON$ , unde  $M(4;0)$ ,  $N(0;3)$  și  $O(0;0)$ .
22. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul  $A(3;0)$  și intersectează axa  $Oy$  în punctul de ordonată 4.
23. Să se determine valorile reale ale lui  $m$  astfel încât punctele  $A(1;3)$ ,  $B(2;5)$  și  $C(3;m)$  să fie coliniare.
24. Să se determine coordonatele punctului  $B$ , știind că punctul  $C(3;5)$  este mijlocul segmentului  $AB$  și că  $A(2;4)$ .
25. Se consideră în reperul cartezian  $xOy$  punctele  $A(3;2)$ ,  $B(2;3)$  și  $M$  mijlocul segmentului  $AB$ . Să se determine lungimea segmentului  $OM$ .