Simulare BAC 2019
Matematică-Informatică

SUBIECTUL I

1. Să se calculeze $S=\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}+...+\frac{1}{i^{20}}$.

2. Să se rezolve ecuaţia $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$.

3. Câte numere de trei cifre mai mici decât 600, cu cifre din mulţimea $\{2,4,6,8\}$, există?

4. Să se rezolve ecuaţia $\sin x+2\sin 3x+\sin 5x=0$, $x\in[0,\pi]$.

5. Dacă $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DM}=-0{,}5\cdot\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AN}=9\overrightarrow{DC}$, $3\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{BC}$, să se arate că punctele *M*, *N*, *P* sunt coliniare.

6. Fie $A(1,2)$, $B(4,1)$ şi $G(-1,1)$ centrul de greutate al triunghiului *ABC*. Scrieţi ecuaţia dreptei ce trece prin *B* şi e paralelă cu mediana din *C*.

SUBIECTUL al II-lea

1. Se consideră $A,\ B\in M_3(\mathbf{R})$, astfel încât $A\cdot B=B\cdot A$.

a) Arătaţi că $\overline{\det(A)}=\det(\overline{A})$, unde $\overline{z}$ este conjugatul numărului complex *z*.

b) Arătaţi că $\det(A^2+B^2)\geq 0$.

c) Arătaţi că $\det(A^{2n}+B^{2m})\geq 0$, oricare ar fi $n, m\in\mathbf{N}, n\geq 1, m\geq 1$.

2. Se consideră $M=\{A\in M_2(\mathbf{Z}_3) \mid A^3=I_2\}$ şi matricele I_2 şi O_2 aparţinând inelului $M_2(\mathbf{Z}_3)$,

$I=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{0}\\ \hat{0} & \hat{1}\end{pmatrix}$ şi $O=\begin{pmatrix}\hat{0} & \hat{0}\\ \hat{0} & \hat{0}\end{pmatrix}$

a) Arătaţi că $\begin{pmatrix}\hat{2} & \hat{1}\\ \hat{2} & \hat{0}\end{pmatrix}\in M$.

b) Arătaţi că dacă $A\in M$, $\det A=\hat{1}$.

c) Arătaţi că dacă $A\in M$, $A^2+A+I_2=O_2$.

SUBIECTUL al III-lea

1. Se consideră funcţiile $f_a:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f_a(x)=e^x-ax$ şi $g_a:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g_a(x)=|(x-1)\cdot f_a(x)|$, unde $a\in\mathbf{R}^*$.

a) Să se determinele asimptotele la graficul funcţiei f_{2010}.

b) Să se rezolve ecuaţia $f_e(x)=0$.

c) Să se arate că funcţia g_a este derivabilă în punctul $x=1$ dacă şi numai dacă $a=e$.

2. Se consideră funcţia $F:[1,+\infty)\to\mathbf{R}$, $F(x)=\int_0^1 e^{-t}\cdot t^{x-1}dt$, şirurile $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ unde $a_n=F(n)$, $b_n=na_n$, oricare ar fi $n\in\mathbf{N}^*$.

a) Arătaţi că $F(x)\geq 0$, pentru orice $x\geq 1$.

b) Arătaţi că $F(x+1)=xF(x)-\frac{1}{e}$, pentru orice $x\geq 1$

c) Arătaţi că şirurile $(a_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbf{N}^*}$ sunt convergente şi determinaţi limitele lor.

Prof. Gabriela Constantinescu